

分类号: G63  
学号: 20222118020

密级:  
单位代码: 10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文



### HPM 视角下高中数学教学研究 ——以“空间角”为例

学位申请人	陈雪晶
指导教师	洪燕君 教授
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学(数学)
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子

2026年5月

分类号: G63  
学号: 20222118020

密级:  
单位代码: 10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文



### HPM 视角下高中数学教学研究 ——以“空间角”为例

学位申请人	陈雪晶
指导教师	洪燕君 教授
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学(数学)
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子

2026年5月

**Research on High School Mathematics Teaching from the Perspective  
of HPM — Taking "Space Angles" as an Example**

A Dissertation Submitted to  
**Shihezi University**  
In Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
**Master of Education**

By

**Chen Xue-Jing**  
**Discipline Pedagogy (Mathematics)**

Dissertation Supervisor: Prof. Hong Yan-June

May, 2026

# 石河子大学学位论文独创性声明及使用授权声明

## 学位论文独创性声明

本人所提交的学位论文是在我导师的指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明并表示谢意。

研究生签名：

陈霄晶

时间： 2026 年 5 月 27 日

## 使用授权声明

本人完全了解石河子大学有关保留、使用学位论文的规定，学校有权保留学位论文并向国家主管部门或指定机构送交论文的电子版和纸质版。有权将学位论文在学校图书馆保存并允许被查阅。有权自行或许可他人将学位论文编入有关数据库提供检索服务。有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

研究生签名：

陈霄晶

时间： 2026 年 5 月 27 日

导师签名：

陈燕君

时间： 2026 年 5 月 27 日

## 摘要

HPM（数学史与数学教育，History & pedagogy of mathematics）是数学教育研究中的热点领域之一，研究内容正逐步从价值探讨向实践创新方向延伸，注重教学案例开发与技术融合，推动数学史深度融入教学，对提升学生数学素养具有重要影响。随着新课程标准的实施，培养学生学科核心素养的教学转型正式拉开帷幕，教学变革更加注重追溯知识本源、还原知识的发展脉络与形成过程。但当前高中数学课堂仍存在教学形式单一、核心素养落地不足、易忽视知识发生发展的自然过程。HPM 教学以真实的历史背景凸显知识价值，通过多元数学文化理解学科本质，彰显以文化人的教育精神，高度契合“立德树人”的教育方针。基于此，本文以“空间角”为例，围绕如下研究展开：（1）HPM 视角下“空间角”内容在高中数学的教学现状如何；（2）HPM 视角下“空间角”内容应如何构建教学设计路径；（3）HPM 视角下“空间角”内容教学教学效果如何。

本文以建构主义学习理论、发生教学原理及弗赖登塔尔“再创造”理论为 HPM 视角下数学课堂教学的理论支撑，通过系统梳理与重构异面直线所成角、直线与平面所成角及二面角的历史演进脉络，还原“空间角”概念的形成与发展历程，采用复制式、附加式、顺应式、重构式四种 HPM 教学方式，融合信息技术与人工智能手段开展为期一学年的教学实践，旨在培育学生数学核心素养，构建适配“空间角”主题的课堂教学框架，为一线教师开展 HPM 教学设计提供理论依据与实践范式。研究过程采用混合研究方法，综合文献分析、课例研究与师生访谈，从定性层面阐释“空间角”历史演进的内在逻辑及 HPM 课堂的教学运行机制；结合教学评价数据与课堂观察量化指标，从定量层面检验教学效果的落地成效。

通过对数据的整理与分析，得到以下结论：

（1）调查现状表明：学生对数学史呈现较高的认知兴趣，但获取相关知识的渠道相对单一；缺乏关联知识的能力，难以建构知识网络。教师对数学史融入课堂教学多停留于表层，未深入渗透至知识内核与思想方法融会贯通；对“空间角”教学的实际操作流程认知模糊，认可 HPM 教学的实践价值，但缺乏可参考的教学设计范例。

（2）HPM 视角下“空间角”课堂教学设计路径，以“2 条主线、4 大步骤、5 大原则、6 小环节和 6 大价值”为脉络，确立“HPM 教学”与“培养学生数学核心素养”两条主线并行，围绕选题与准备、调查与设计、实施与评价、整理与反思的 4 大具体步骤，开展“空间角”教学研究。教学实施以《异面直线所成角》、《直线与平面所成角》和《二面角》三节课例展开，落实剖析课例选择依据、厘清教学要素、设计教学目标、选取数学史料、明晰教学路径、评价与反思六小环节，最终达成 HPM 教学的六大育人价值。

(3) 教学实践进一步验证：学生对数学史融入教学课堂表现出积极态度，通过厘清“空间角”内部知识源流，感知知识的发生发展过程，明确三个空间角之间的内在关联，突破认知障碍，把握“空间角”重难点内容，培养数学核心素养，以文化育人；HPM融合主题教学推动知识整体性认识，助力教师专业素质发展，深化教师对数学知识的本质理解，构建可参考的教学设计范例。

在科技赋能与人工智能技术快速发展的背景下，新质生产力正深刻作用于教育资源配置，并持续重塑HPM教学的形态与内涵。这一趋势为未来教学实践带来重要启示：借助现代技术手段呈现数学历史，可使学生在直观化、交互式的学习场景中，亲历知识的生成与演进过程，引导其在追溯数学发展脉络的过程中主动探究知识本质与思想本源，进而实现从“学会”到“会学”、从“知其然”到“知其所以然”的认知跃升。同时，技术革新也推动教师在教学理念、教学方法、教学工具乃至教育管理与课堂评价等方面，实现全方位的智能化与数字化转型。

综上所述HPM课堂教学蕴含深厚的教育价值，但其实践路径仍需持之以恒的探索完善，把握HPM理论“自下而上”的关键要义，坚持开展长期性、跟踪性的实践研究。

**关键词：**HPM；空间角；高中数学；课堂教学

## Abstract

HPM (History and Pedagogy of Mathematics) is one of the prominent research fields in mathematics education. Its research focus has gradually shifted from value exploration to practical innovation, with increasing emphasis on the development of teaching cases and integration of technology to promote the deep integration of the history of mathematics into instruction, which exerts a significant influence on improving students' mathematical literacy. With the implementation of the new curriculum standards, the instructional transformation aimed at fostering students' core disciplinary competencies has officially begun. Educational reforms now place greater emphasis on tracing the origin of knowledge and reconstructing its developmental trajectory and formation process. However, current senior high school mathematics classrooms still suffer from monotonous teaching forms, insufficient implementation of core competencies, and a tendency to overlook the natural process of knowledge emergence and development. HPM instruction highlights the value of knowledge through authentic historical contexts, facilitates understanding of the disciplinary essence via diverse mathematical cultures, embodies the educational spirit of cultivating people through culture, and is highly consistent with the educational policy of fostering virtue through education. Accordingly, this study takes spatial angles as an example and addresses the following research questions:(1) What is the current teaching status of spatial angles in senior high school mathematics from the HPM perspective?(2) How should an instructional design pathway for spatial angles be constructed under the HPM framework?(3) What is the teaching effect of spatial angles instruction from the HPM perspective?

This study is theoretically supported by constructivist learning theory, genetic teaching principles, and Freudenthal's theory of reinvention for HPM-based mathematics classroom instruction. By systematically sorting out and reconstructing the historical evolution of the angle formed by skew lines, the angle between a line and a plane, and the dihedral angle, this research restores the formation and development of the concept of spatial angles. Four HPM instructional approaches — replication, addition, adaptation, and reconstruction — are adopted, integrated with information technology and artificial intelligence, to conduct a one-year teaching practice. The study aims to cultivate students' core mathematical competencies, establish a classroom teaching framework suitable for the topic of spatial angles, and provide theoretical foundations and practical models for frontline teachers to design HPM-based lessons. A mixed-methods research design is employed, combining literature analysis, case study, and teacher-student interviews to qualitatively interpret the internal logic of the historical evolution of spatial angles and the operational mechanism of HPM classrooms. Based on quantitative indicators from teaching assessment data and classroom observations, the study quantitatively examines the actual effectiveness of teaching implementation.

Through data collation and analysis, the following conclusions are drawn:(1) The survey reveals that students show considerable interest in the history of mathematics but have relatively limited access to relevant knowledge. They lack the ability to connect knowledge pieces and struggle to construct a coherent knowledge network. Most teachers only integrate the history of mathematics into teaching superficially, without deeply penetrating the core of knowledge or integrating ideological methods. Their understanding of practical procedures for teaching spatial angles is vague; although they recognize the practical value of HPM instruction, they lack accessible instructional design examples.

(2) The HPM-based instructional design pathway for spatial angles is structured around two main lines, four major steps, five principles, six procedures, and six values. It follows two parallel lines: HPM instruction and the cultivation of students' core mathematical competencies, and proceeds through four key stages: topic selection and preparation, investigation and design, implementation and evaluation, and collation and reflection. Teaching practice is carried out through three lesson cases: The Angle Formed by Skew Lines, The Angle Between a Line and a Plane, and The Dihedral Angle. Six procedures are implemented: analyzing the basis for lesson selection, clarifying teaching elements, formulating teaching objectives, selecting historical mathematical materials, defining teaching pathways, and conducting evaluation and reflection, ultimately realizing the six educational values of HPM instruction.

(3) Teaching practice further verifies that: Students hold a positive attitude toward the integration of the history of mathematics into classrooms. By clarifying the internal origin of spatial angles, experiencing the emergence and development of knowledge, and identifying the inherent connections among the three types of spatial angles, students overcome cognitive obstacles, master key and difficult content, develop core mathematical competencies, and achieve education through culture. The thematic integration of HPM promotes a holistic understanding of knowledge, supports the professional development of teachers, deepens their comprehension of the essence of mathematical knowledge, and establishes reusable instructional design models.

Against the background of technological empowerment and rapid advancement of artificial intelligence, new quality productivity is profoundly reshaping the allocation of educational resources and continuously reconstructing the form and connotation of HPM instruction. This trend provides important implications for future teaching practice: presenting the history of mathematics through modern technologies enables students to experience the generation and evolution of knowledge in intuitive and interactive learning environments. By tracing the developmental trajectory of mathematics, students are guided to actively explore the essence of knowledge and the origin of mathematical ideas, thus achieving a cognitive leap from learning knowledge to learning how to learn, and from knowing that to knowing why. Meanwhile, technological innovation drives an all-round intelligent and digital transformation for teachers in teaching concepts, methods, tools, educational management, and classroom assessment.

In summary, HPM classroom teaching carries profound educational value, yet its practical pathways require persistent exploration and improvement. It is essential to grasp the bottom-up essence of HPM theory and sustain long-term, follow-up practical research.

**Key words:** HPM ; Space Angles ; High School Mathematics ; Classroom teaching

# 目录

摘要.....	I
<b>Abstract.....</b>	<b>III</b>
第1章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 深耕课程改革，厚植立德树人.....	1
1.1.2 “空间角”价值蕴意与素养功能.....	1
1.1.3 HPM 教学的实践价值与意义.....	2
1.2 研究问题.....	2
1.3 研究意义.....	4
1.4 研究思路.....	5
第2章 文献综述与理论基础.....	7
2.1 文献综述.....	7
2.1.1 HPM 研究现状.....	7
2.1.2 “空间角”研究现状.....	14
2.1.3 综述小结.....	18
2.2 核心概念.....	19
2.2.1 HPM.....	19
2.2.2 空间角.....	19
2.2.3 “空间角”教学.....	20
2.3 理论基础.....	21
2.3.1 建构主义学习理论.....	21
2.3.2 历史发生原理.....	21
2.3.3 “再创造”理论.....	22
第3章 研究设计.....	23
3.1 研究方法.....	23
3.1.1 课例研究.....	23
3.1.2 课堂观察法.....	24
3.1.3 问卷调查.....	25
3.1.4 文献研究法.....	25
3.1.5 访谈法.....	26
3.2 研究对象.....	26

3.3	研究工具 .....	27
第4章	数学史融入“空间角”教学的现状调查 .....	31
4.1	学生调查问卷 .....	31
4.1.1	调查目的 .....	31
4.1.2	调查问卷检验 .....	31
4.1.3	调查问卷数据分析 .....	33
4.2	教师访谈 .....	39
4.2.1	访谈目的 .....	39
4.2.2	访谈对象 .....	39
4.2.3	访谈结果分析 .....	39
4.3	HPM 视角下“空间角”教学现状的调查结果 .....	43
4.3.1	基于高一学生调查现状结论 .....	43
4.3.2	基于高中数学教师调查现状结论 .....	44
第5章	HPM 视角下高中数学课堂教学路径 .....	45
5.1	HPM 视角下高中数学课堂设计的可行性分析 .....	45
5.1.1	理论適切性 .....	45
5.1.2	结构兼容性 .....	46
5.1.3	实践应用的整体导向性 .....	48
5.2	HPM 视角下高中数学课堂教学设计原则 .....	49
5.2.1	历史发生与知识逻辑的匹配性原则 .....	49
5.2.2	整体性与结构化原则 .....	49
5.2.3	文化浸润性原则 .....	49
5.2.4	情境驱动性原则 .....	50
5.2.5	科学適切性原则 .....	50
5.3	HPM 视角下高中数学课堂教学路径 .....	50
第6章	HPM 视角下“空间角”教学设计与实施 .....	52
6.1	剖析课例选取依据 .....	52
6.2	厘清教材，解读课标 .....	53
6.2.1	解读课标内容，涵育核心素养 .....	53
6.2.2	评估学情基点，把握重点难点 .....	55
6.2.3	教材对比分析，链接知识关联 .....	58
6.3	设计教学目标，规划课时安排 .....	62
6.3.1	设计“空间角”教学目标 .....	62

6.3.2	“空间角”课时划分	63
6.4	选取数学史料, 选择融入方式	64
6.4.1	梳理数学史料	64
6.4.2	选择融入方式	69
6.5	晰教学路径, 构建教学流程	70
6.6	课例 1——异面直线所成角	71
6.6.1	教学设计	71
6.6.2	教学实施	73
6.6.3	教学反馈	86
6.7	课例 2——直线与平面所成角	86
6.7.1	教学设计	86
6.7.2	教学实施	89
6.7.3	教学反馈	95
6.8	课例 3——二面角	98
6.8.1	教学设计	98
6.8.2	教学实施	101
6.8.3	教学反馈	106
第 7 章	研究结果分析	110
7.1	问卷调查结果	110
7.2	测试卷调查结果	115
7.3	访谈结果	122
7.4	课堂观察结果分析	124
7.5	小结	126
第 8 章	研究结论与启示	128
8.1	研究结论	128
8.2	教学启示	129
参考文献		131
附录		1
“空间角”单元问卷调查 (附录 A)		1
“空间角”单元前测试卷 (附录 B)		3
“异面直线所成角的概念”调查问卷 (附录 C)		5
“直线与平面所成角”调查问卷 (附录 D)		6
“二面角”调查问卷 (附录 E)		7

“空间角”综合检测卷（附录 F） ..... 8

## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

#### 1.1.1 深耕课程改革，厚植立德树人

立德树人贯穿改革全过程，构成育人体系的价值灵魂。2019年6月《国务院办公厅关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见》文件明确，普通高中教育在国民教育体系中具有承上启下的关键作用。其指导思想始终围绕落实立德树人根本任务，坚持党的教育方针，遵循教育规律，着力凝聚人心、完善人格、开发人力、培育人才、造福人民，坚决纠正片面应试倾向，为学生适应社会、接受高等教育与未来职业发展奠基，培养德智体美劳全面发展的社会主义建设者和接班人<sup>[1]</sup>。

核心素养的培养是立德树人落地的重要载体，体现五育并举的综合要求。2023年5月教育部办公厅印发的“基础教育课程教学改革深化行动方案”中明确强调改进科学文化教育，强化实验操作与课外实践，培养学生创新思维与实践能力，提升人文与科学素养。核心素养赋予知识中的育人价值，理解知识本质不仅是掌握内容，更是发展理性精神、思维品质与科学态度，以素养为引领，知识学习与价值塑造同步推进，使数学知识真正服务于人的全面发展。

总体而言，立德树人明确了“为谁培养人、培养什么人”的根本方向，核心素养回答了“怎样培养人”的实践方法。二者相互支撑、有机融合，推动普通高中教育从知识传授转向素养培育，从应试导向转向育人本位。这一改革不仅有助于提升普通高中教育质量，更能为国家培养出信念坚定、品德优良、素养全面、堪当民族复兴重任的时代新人，对推进教育现代化、提高国民整体素质具有深远意义<sup>[2]</sup>。

#### 1.1.2 “空间角”价值蕴意与素养功能

在《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》（以下简称《新课标》）中，立体几何作为研究现实世界中物体形状、大小与位置关系的数学分支占据重要地位。“空间角”作为高中立体几何的核心内容，贯穿教材编排、高中数学整体学习及学生核心素养培育的全过程，是衔接知识、提升能力、落实育人目标的关键载体<sup>[3]</sup>。

在知识逻辑体系中，“空间角”是立体几何模块的核心主线，是知识整体性与逻辑性的重要体现。结合《新课标》教材编写要求，“空间角”的编排应遵循循序渐进、螺旋上升的原则，衔接平面几何中“角”的概念，逐步拓展到三维空间，是连接平面几何与立体几何的关键纽带。

在高中数学整体学习中，“空间角”是承上启下的关键内容，对学生知识衔接与能力提升具有重要意义。从纵向衔接来看，它是平面几何角的延伸，巩固初中及高中平面几何基础，同时为后续学习空间距离、立体几何综合证明、高考压轴题解答奠定基础；从横向关联来看，“空间角”的求解融合了三角函数、向量、解析几何等多个模块的知识，是学生综合运用数学知识解决复杂问题的重要载体，既能帮助学生整合零散知识，形成系统化的知识体系，也能提升学生的综合解题能力，是高中数学学业水平提升与高考备考的重点内容<sup>[4]</sup>。

在探究与证明的过程中，“空间角”能培养学生的创新思维与问题转化能力，实现知识学习与素养培育的有机统一，助力学生形成终身发展所需的关键能力与思维品质，契合《新课标》“以素养为导向”的育人要求。

因此“空间角”具有串联知识、强化体系的作用，在高中整体学习中实现知识衔接与能力提升，在素养培育中落实育人目标，三者相互关联、相互支撑，充分彰显了其在高中数学教学中的核心价值与重要意义。

### 1.1.3 HPM 教学的实践价值与意义

中共中央、国务院于2019年11月印发的《新时代爱国主义教育实施纲要》明确提出，要秉持“古为今用、推陈出新，不忘本来、辩证取舍”理念，体现“为教育而历史”原则<sup>[5]</sup>。依托数学史理解数学概念，本质上是为了培育学生的核心素养，让学生不仅掌握数学知识与技能，更能形成严谨的思维、科学的态度与创新的能力。数学史是数学文化的有机组成部分，是承载数学核心素养的重要载体<sup>[56]</sup>。

数学史记录了数学知识的起源、演进与突破，蕴含着数学家的钻研精神、思维方法与价值追求，既是数学文化的鲜活素材，也是培育核心素养的重要依托。在及古润今的教学过程中彰显了数学的学科价值与人文价值，实现知识传授、素养培育与价值引领的统一，推动数学教育从“知识本位”向“素养导向”转型<sup>[6]</sup>。HPM教学更赋予数学教育人文温度，将数学史中的智慧转化为可渗透的教育内容，让学生在感受数学文化的过程中，深化对数学知识的理解，提升数学思维品质，实现“以文化人、以数育人”。

## 1.2 研究问题

“空间角”作为高中数学的核心概念，其相关知识贯穿了立体几何与向量等多个重要专题。在《普通高中教科书·数学人教（A）版必修第二册》（简称“必修2”）中，对“空间角”的内容编排遵循了由浅入深、从具体到复杂的逻辑顺序，依次展开

对“异面直线所成角”、“直线与平面所成角”、“二面角”这三类空间角的学习。教学过程中，可先以“异面直线所成角”为切入点，引导学生掌握转化的核心方法，再通过类比迁移思路，逐步展开对“直线与平面的夹角”和“二面角”的探究与讲解。在《普通高中教科书·数学人教（A）版选择性必修第一册》（简称“选修1”）中，借助向量法与坐标法勘探空间角，明确向量的方向特征与坐标的量化属性，为立体几何中角度度量搭建起几何直观与代数运算的转化桥梁，实现从“形”到“数”的对应统一。

左玲<sup>[7]</sup>指出，几何学科中诸多概念存在内在关联，基于这一特点，在《新课标》背景下的立体几何教学中，应运用类比归纳的教学方式，以帮助学生精准把握概念的本质内核；但与此同时她也发现当前教学存在明显不足：一是教学中鲜少利用立体几何的历史起源与发展过程，为学生理解学科知识提供助力，二是即使教学中涉及立体几何的发现历史，也多是浅尝辄止，呈现的数学史以复制式为主，未能深入挖掘与教学内容的结合点。王志学洞悉近几年高考中立体几何部分的考查趋向，纵观空间角在立体几何中的解题策略，总结发现向量法求解异面直线所成角时具有独特的解题优势，其既能巧妙地避开几何法中需绘制辅助线的繁琐步骤，又能省去复杂严谨的论证过程；同时利用坐标法计算二面角大小时，不仅能绕开寻找二面角的平面角这一抽象性过程，又为解题过程中二面角的取值范围进行思辨式严格验证。然而过度依赖向量法的解题模式容易引发学生对数学问题思考的单一化，同时无形中削弱了立体几何的“严格论证”要求，学生在学习过程的逻辑推理和直观想象素养逐渐弱化，缺乏对复杂空间关系的深入理解和概念本身的直观表达。

“空间角”相关概念蕴含着多维度的丰富内涵，吸引着国内外数学家展开持续且深入的研究，邵光华和章建跃通过将“二面角的平面角”的定义赋予算法化特征，进而完成了对这一概念的重新构建与整合<sup>[6]</sup>。因此“空间角”相关概念的理解是学生学习的重要环节，是学生抓紧核心知识，提升数学理解能力的基础。从已有的教学研究表明，数学史融入数学教学对学生和教师具有推动性和启发性，基于此，本研究提出以下研究问题：

- (1) HPM 视角下“空间角”内容在高中数学的教学现状如何；
- (2) HPM 视角下“空间角”内容应如何构建教学设计路径；
- (3) HPM 视角下“空间角”内容教学教学效果如何。

## 1.3 研究意义

### 1.3.1 理论意义

立足 HPM 视角下的高中数学教学，能够厘清内部知识源流，拓宽教学设计研究路径，探索数学学科的跨学科本质关联，推动数学核心素养培养体系的发展。以“空间角”为主题展开教学，为立体几何教学提供新视角，促使教学结构整体化<sup>[10]</sup>。本研究通过系统探索，构建起适用于 HPM 视角下课例研究的思维范式，为教师开展教材解读、教学设计课堂实践与评价反思等方面提供了借鉴，为整体把握数学教学内容结构、解决数学“抽象性”等思维问题提供了思考的方向具有参考和借鉴的价值。

### 1.3.2 实践意义

由于“空间角”教学中难以突破概念的抽象性理解和在复杂图形中的应用，因此学生学习过程中容易陷入程序化和机械套用公式的被动困境中<sup>[8]</sup>。但 HPM 教学将古代将古代几何发展、数学家事迹等数学史内容融入教学，学生不再只记忆结论，而是理解知识产生的背景与动因，形成更完整、结构化的知识体系，一方面能增强数学学习的趣味性与人文性，帮助学生厘清知识的来龙去脉，实现深度理解与有效建构；另一方面可引导学生亲历数学探究过程，体会数学思想方法，提升推理与空间想象能力，进而发展数学核心素养与探究精神，感受数学家坚持不懈、严谨求证、大胆猜想的研究过程，潜移默化形成良好的学习品质。最终实现理论与实践相统一，在理解数学与社会、生活、科技的联系中，认识数学的文化价值，让学生感受到数学源于生活、用于生活，提高运用数学解决问题的意识。

HPM 教学能有效深化教师对数学知识本质的理解，教师在梳理立体几何相关数学史、挖掘概念起源与发展脉络的过程中，能够更清晰地把握空间角、空间几何体等核心概念的逻辑关联与本质内核，进而更精准地解读教材、定位教学重难点，摆脱单一的知识传授视角，形成更系统的教学认知<sup>[9]</sup>。同时 HPM 教学为教师提供了丰富的教学设计思路与教学素材，打破了传统立体几何教学中“讲授+练习”的单一模式，避免功利化教学，教师可借助古代几何成就、数学家的探究故事、历史名题等素材，设计贴合学生认知规律的探究式、情境式课堂，让抽象的立体几何知识更具逻辑性和趣味性。HPM 教学能有效提升教师的教学反思与教研能力，促使教师从“重知识传授”向“重过程体验、重素养培育”转变，在 HPM 教学实践中不断反思教学环节、优化教学策略，逐步形成教学评一致性的成熟教研范式<sup>[11]</sup>。