

分类号: G63  
学号: 20232118025

密级:  
单位代码: 10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文



### 边疆地区七年级学生负数理解现状的调查研究

学位申请人	周鑫悦
指导教师	刘超
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学(数学)
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子  
2026年5月

分类号：  
学号：20232118025

密级：  
单位代码：10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文



### 边疆地区七年级学生负数理解现状的调查研究

学位申请人	周鑫悦
指导教师	刘超
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学（数学）
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子

2026年5月

**A Survey Study on the Current Situation of Seventh-Grade Students'  
Understanding of Negative Numbers in Border Areas**

A Dissertation Submitted to

**Shihezi University**

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

**Master of Education**

By

**Zhou Xin-yue**

**(Subject Teaching Mathematics)**

Dissertation Supervisor: Prof. Liu Chao

May, 2026

# 石河子大学学位论文独创性声明及使用授权声明

## 学位论文独创性声明

本人所呈交的学位论文是在我导师的指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明并表示谢意。

研究生签名：周鑫悦

时间：2026年5月27日

## 使用授权声明

本人完全了解石河子大学有关保留、使用学位论文的规定，学校有权保留学位论文并向国家主管部门或指定机构送交论文的电子版和纸质版。有权将学位论文在学校图书馆保存并允许被查阅。有权自行或许可他人将学位论文编入有关数据库提供检索服务。有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

研究生签名：周鑫悦

时间：2026年5月27日

导师签名：刘超

时间：2026年5月27日

## 摘要

负数作为初中数学“数与代数”领域中的重要内容，不仅在培养学生核心素养方面发挥重要作用，而且在数系扩张的过程中起到承上启下的作用。但大多数学生在负数学习中存在理解困难，教师教学效果也不理想。基于此认识，本研究选取新疆地区 S 市五所初级中学的七年级学生为调查对象，从负数的定义、相关概念、性质和运算四个维度编制测试题，应用测试法和访谈法，调查学生负数理解的现状，分析错误类型及成因，并提出针对性的教学对策，以期为教师教学提供参考。

调查显示，学生在负数理解上存在以下典型问题：在负数定义方面，正确定义中“相对定义”所占比例最高，错误定义中“符号定义”占比最高，此外还存在“负数小于等于 0”、“负数一定有负号”等多种错误认识；在负数的相关概念方面，学生对相反数中“0 的相反数是 0”感到困惑，对绝对值的几何意义不熟悉，难以借助数轴进行比较和化简；在负数性质方面，学生比较负数大小时存在“绝对值大的反而小”等法则混淆，主要源于对数轴与绝对值关系及负数有序性理解不足；在负数运算方面，多数学生处于 SOLO 分类理论的单一结构水平，存在错用运算法则、运算顺序混乱、结果不规范等错误，对“负负得正”的理解多停留在 Bergeron 理论中的直观理解水平。

从学生对负数理解的情况分析，将学生出现的错误分为知识性、心理性、策略性与逻辑性四类。从错误归因来看，微观上，学生对负数知识的掌握不牢固，需结合具体错误内容并从负数的定义、相关概念、性质和运算四个维度进行归因；宏观上，学生的认知发展水平相对较低，数学阅读能力较弱，教师的教学观念与授课方式有待优化，这些因素均对学生的水平产生了不利影响。

最后根据调研结果提出相关教学对策。第一，注重小初内容衔接，引导学生有效迁移；第二，加强负数概念教学，培养数学抽象能力，第三，从数系扩充的视角一体化改进负数教学；第四，从“单一”到“多元”，加强学生对运算律的认识；第五，重视运算算理教学，利用多模型提升“负负得正”的理解水平；第六，加强数学阅读教学，提升学生数学理解能力。

**关键词：**负数；理解；错误类型；教学对策

## Abstract

Negative numbers, as an important topic in the "Number and Algebra" domain of junior high school mathematics, not only play a key role in cultivating students' core competencies but also serve as a bridge between previous and subsequent learning in the expansion of the number system. However, most students encounter difficulties in understanding negative numbers, and the effectiveness of teaching is often less than ideal. Based on this understanding, this study selected seventh-grade students from five junior high schools in S City, Xinjiang, as the survey subjects. Test questions were developed covering four dimensions: the definition of negative numbers, related concepts, properties, and operations. Using test methods and interviews, the study investigated students' current understanding of negative numbers, analyzed the types and causes of errors, and proposed targeted teaching strategies to provide a reference for instruction.

The survey revealed the following typical problems in students' understanding of negative numbers: Regarding the definition of negative numbers, among correct definitions, the "relative definition" accounted for the highest proportion, while among incorrect definitions, the "symbolic definition" was most common. Additionally, various misconceptions existed, such as "negative numbers are less than or equal to zero" and "negative numbers must have a negative sign." Concerning related concepts, students were confused about "the opposite of 0 is 0," were unfamiliar with the geometric meaning of absolute value, and had difficulty using the number line for comparison and simplification. Regarding properties of negative numbers, when comparing magnitudes, students often confused rules such as "the larger the absolute value, the smaller the number," which mainly stemmed from insufficient understanding of the relationship between the number line and absolute value and the ordering of negative numbers. In terms of operations, most students performed at the uni-structural level of the SOLO taxonomy, exhibiting errors such as misapplying operation rules, confusing the order of operations, and producing non-standard results. Their understanding of "negative times negative equals positive" largely remained at the intuitive understanding level in Bergeron's theory.

Analyzing students' comprehension of negative numbers, the errors were categorized into four types: knowledge-based, psychological, strategic, and logical. Regarding the causes of errors, at the micro level, students had a weak grasp of negative number knowledge, requiring attribution based on specific error content across the four dimensions of definition, related concepts, properties, and operations. At the macro level, students' cognitive development level was relatively low, their mathematical reading ability was weak, and teachers' instructional concepts and methods needed improvement—all of which adversely affected students' learning outcomes.

Finally, based on the survey results, the following teaching strategies are proposed: First, emphasize the

connection between elementary and junior high content to guide students' effective transfer; second, strengthen the teaching of negative number concepts to cultivate mathematical abstraction ability; third, improve negative number instruction in an integrated manner from the perspective of number system expansion; fourth, move from "single" to "multiple" approaches to enhance students' understanding of operation laws; fifth, emphasize the teaching of computational principles and use multiple models to improve understanding of "negative times negative equals positive"; sixth, strengthen mathematical reading instruction to enhance students' mathematical comprehension ability.

**Key words:** Negative numbers; Understanding; Error types; Teaching countermeasures

# 目 录

摘要.....	I
<b>Abstract</b> .....	<b>II</b>
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究问题.....	2
1.3 研究意义.....	2
第 2 章 文献综述.....	4
2.1 概念界定.....	4
2.1.1 数学理解.....	4
2.1.2 数学错误.....	5
2.2 研究现状.....	6
2.2.1 负数理解的相关研究.....	6
2.2.2 负数教学的相关研究.....	10
2.3 理论基础.....	12
2.3.1 SOLO 分类评价理论.....	12
2.3.2 认知负荷理论.....	13
第 3 章 研究设计.....	14
3.1 研究思路与方法.....	14
3.1.1 研究思路.....	14
3.1.2 研究方法.....	15
3.2 分析框架.....	16
3.2.1 数学理解水平的分析框架.....	16
3.2.2 数学错误类型的分析框架.....	18
3.3 预研究.....	19
3.3.1 预研究对象.....	19
3.3.2 预研究工具.....	19
3.3.3 预研究实施.....	20
3.4 正式研究.....	21
3.4.1 测试卷调查.....	21
3.4.2 学生访谈调查.....	21
第 4 章 七年级学生负数理解现状分析.....	23

4.1 学生负数理解现状的整体分析 .....	23
4.2 学生负数理解现状的具体分析 .....	24
4.2.1 学生对负数定义的理解情况分析 .....	24
4.2.2 学生对负数相关概念的理解情况分析 .....	33
4.2.3 学生对负数性质的理解情况分析 .....	41
4.2.4 学生对负数运算的理解情况分析 .....	43
第 5 章 七年级学生负数理解错误类型及成因分析 .....	62
5.1 学生负数理解错误类型 .....	62
5.1.1 知识性错误 .....	62
5.1.2 逻辑性错误 .....	63
5.1.3 策略性错误 .....	64
5.1.4 心理性错误 .....	64
5.2 学生负数理解错误成因分析 .....	64
5.2.1 负数知识本身掌握不牢固 .....	65
5.2.2 学生的数学阅读能力较弱 .....	67
5.2.3 学生的认知发展水平不高 .....	68
5.2.4 教师的教学观念与授课方式有待优化 .....	68
第 6 章 七年级学生负数理解的教学对策 .....	69
6.1 注重小初内容衔接, 引导学生有效迁移 .....	69
6.2 加强负数概念教学, 培养数学抽象能力 .....	69
6.3 从数系扩充的视角一体化改进负数教学 .....	70
6.4 从“单一”到“多元”, 加强学生对运算律的认识 .....	72
6.5 重视运算算理教学, 利用多模型提升“负负得正”的理解水平 .....	73
6.6 加强数学阅读教学, 提升学生数学理解能力 .....	75
第 7 章 结论与展望 .....	78
7.1 结论 .....	78
7.2 研究展望 .....	79
参考文献 .....	81
附录 A .....	85
附录 B .....	87
致谢 .....	89

## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

负数是初中数学“数与代数”模块的核心内容,《义务教育数学课程标准(2022年)》(以下简称《课标》)与旧版课标相比,一方面,从数系发展的角度,要求学生亲身经历有理数的形成过程,体会数系扩充的逻辑与必要性;另一方面,在知识理解上,强调学生除了熟练掌握运算技能,还需清楚说明运算结果的实际意义<sup>[1]</sup>。此外,《课标》将数学核心素养的培养置于教学的核心地位,在负数学习中,要求学生能运用数学思维对现实情境中的数学问题进行观察、分析与表达。如借助负数表示生活与生产中具有相反意义的量,逐渐培养起“用数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界,用数学的语言表达世界”的素养。

2024年秋季学期起,依据2022年版义务教育课程方案与各学科课程标准编写的新教材正式启用。人教版初中数学对负数相关内容进行了优化调整,最突出的变化是将原有章节拆分,把“有理数”一章分为有理数与有理数的运算两章。在旧版教材中,七年级上册第一章为“有理数”,受小学阶段已初步接触负数概念、以及有理数运算在后续学习中重要性的影响,实际教学常过度聚焦运算训练,导致有理数概念教学被弱化。结合当前教学实际与《课标》要求,新教材第一章重点安排有理数、数轴、绝对值等核心概念学习,第二章侧重运算法则与运算律的掌握,进一步提升教材的教学适用性与学习便利性。

从数学发展史来看,负数的产生与确立过程十分曲折。我国公元一世纪出版的《九章算术》,是世界上最早系统记载负数概念与运算法则的文献。其他国家对负数的认知与应用同样经历了漫长的探索,印度因重视运算研究,对负数的认识相对较早,但仍晚于中国数百年,公元七世纪婆罗摩笈多在《婆罗摩历算书》中首次明确负数概念并提出运算法则。12—13世纪,正负数的概念传入欧洲,但并未得到认可:古希腊数学家丢番图最早使用负数,1484年法国学者舒开在《算术三篇》中求得二次方程负根,却将其判定为“荒谬的数”。1637年笛卡尔在《几何》中研究方程正负根的规律并提出正负号法则,负数才逐步被采用,但争议仍未停止。18世纪前,欧洲多位数学家受机械论思想束缚,对负数持否定态度,英国学者马塞雷、德·摩亚根等甚至主张将负数从代数中剔除。1860年,德国数学家维尔斯特拉斯从整数出发构建了负数理论;四十年后,意大利皮亚诺以自然数为基础,创立了一套完整的整数系统——《算术原理新方法》。负数的数学地位才最终稳固,这场持续近两千年的学术争论也随之落幕。

在初中数学教学中,负数的理解与应用是学生学习的重点与难点。数系的发展经历

了三次重要扩充：正数与零扩充至有理数、有理数扩充至实数、实数扩充至复数。基础教育阶段学生需完成前两次扩充，其中从正数、零到有理数的扩充，核心就是引入负数。负数学习是七年级学生面临的首个数学难点，当前教学中，部分教师以直接讲授为主，通过重复练习强化记忆，忽视概念本质的讲解，易导致学生理解不透彻，影响后续学习。

综上所述，无论是从《课标》的要求、新教材的改编、负数的产生历史，还是普遍的教学难点和教育现状来看，学生对负数的学习始终是一个重难点。因此，调查研究新疆地区 S 市七年级学生对负数的理解情况具有重要的现实必要性与研究价值。而经过大量的文献调研发现，目前只有少量的教学研究以及教师的心得体会等，缺乏关于七年级学生对负数理解现状的深入研究，也缺乏对七年级学生在处理负数相关问题中存在的错误及其成因的剖析，因而对初中数学教师如何更加高效地开展负数相关教学活动提供的指导价值有限。

## 1.2 研究问题

基于以上研究背景，为探究七年级学生对负数的理解情况，本文结合以往学者的相关研究，最终选择从负数的定义、相关概念、性质和运算四个维度出发，围绕以下三个研究问题开展研究工作：

- (1) 七年级学生的负数理解现状如何？
- (2) 在解决与负数有关的题目时，学生经常会犯什么样的错误？其原因何在？
- (3) 针对学生出现的错误，应提出什么教学对策？

## 1.3 研究意义

综上所述，负数在现实生产生活与数学发展历程中均占据着不可替代的重要地位。当前教师在负数教学实践中仍存在有待改进之处，教学方式与策略需进一步优化。同时，学生对负数的认识和掌握，不但直接影响到他们是否能够达到课程标准要求、学业水平要求和核心素养培养要求，还对学生的后续学习有着重要影响。基于此，本研究的意义主要体现为以下两个方面。

从学生发展角度来看，本研究有助于七年级学生深化对负数知识的理解。负数的引入使数系实现了首次扩充，构成中学代数学习的关键基础。扎实的掌握负数内容，有助于学生在解题与实际运用中提高运算能力，减少典型错误，积累相关的数学思想与经验，为后续数系扩充及其他内容的学习奠定坚实基础，同时能激发学生数学学习兴趣，增强学习自信心，促进数学核心素养的提升。

从教学实践角度来看，本研究可为初中数学教师提供切实可行的参考与改进建议。

本文系统地分析了七年级学生对负数的掌握情况,可以让教师准确了解学生的学习困难和常见的易错点。同时,教师可以更好地把握教学目标,突出教学重点和难点,让课堂教学设计得到最大程度的优化,从而提高教学的效率和教学质量。另外,本文还深入分析了学生错误的类型和成因,并提出了针对性的教学策略,能够为一线教师提供教学启示,促使教师更好地把握学生认知规律,在合适的教学环节选用适宜的教学方法,引导学生逐步修正认知偏差,完善对数学知识的理解。

## 第2章 文献综述

### 2.1 概念界定

#### 2.1.1 数学理解

数学作为一门研究数量关系与空间形式的学科，具有高度抽象性与逻辑性。因此，在学习过程中，学生对知识的“理解”尤为重要，这也成为掌握数学内容的关键前提。当前，数学教育领域内不同学者对“数学理解”的内涵尚未形成统一认识。

国内学者章建跃<sup>[2]</sup>将数学理解概括为对知识的领会与解释，认为理解主要包含直观感知与抽象概括两个基本环节。于新华<sup>[3]</sup>等人提出，数学理解可划分为多个递进层次，包括不可理解级、常识性理解级、逻辑性理解级、观念性理解级及更高阶的发展层次。巩子坤<sup>[4]</sup>则构建了表征转化模型与类型层次模型两种数学理解分析框架，指出有理数运算的理解不仅包含运算意义的把握，还涉及对算理、运算法则的深层理解；借助上述模型能够有效判断学生的理解水平，进而为课程目标设定、内容分层及理解性教学实施提供依据。

在国外数学教育研究中，数学理解同样是核心议题。早期 Skemp 将理解划分为工具性理解与关系性理解两类，其中关系性理解强调既掌握操作方法，也明晰背后原理，而工具性理解仅停留在“会操作”但“不知为何”的层面<sup>[5]</sup>。由于 Skemp 的模型未充分区分数学内容与其表征形式，Byers, V., Herscovice,<sup>[6]</sup>结合 Bruner 与 Skemp 的理论，提出包含工具性理解、关联性理解、直觉理解与形式理解在内的四维理解模型。

尽管国内外围绕数学理解开展了大量研究，但其概念界定仍未达成共识。李士锜认为，理解是指学习者将新概念、原理与法则纳入原有认知结构，并在心理层面形成有效联结<sup>[7]</sup>。关于数学理解的内涵，多位学者从不同角度进行了界定。吕林海认为，理解的关键在于知识在认知结构中形成系统化、网络化的组织方式，各知识点之间建立起丰富的联结<sup>[8]</sup>。黄燕玲与喻平则指出，当个体能够在头脑中形成稳定、清晰且可随时提取与运用的知识结构时，便可视为实现了真正意义上的理解<sup>[9]</sup>。陈琼强调，数学理解是在把握对象外在特征的基础上，通过新旧知识的融合与认知结构的重组，深入把握数学本质的过程<sup>[10]</sup>。杨泽忠也表达了相近看法，将数学理解界定为学习者将新知识嵌入已有认知体系、不断扩展知识网络的一种心理建构过程<sup>[11]</sup>。

基于上述观点,本研究将“数学理解”界定为:学习者在已有知识与经验的基础上,形成对数学内容清晰而稳固的认知结构,将其整合进自身知识体系,并能运用准确的语言对所学内容进行概括与表达。

### 2.1.2 数学错误

在数学研究领域,不同学者基于各自的研究视角,对“数学错误”提出了多样化的理解。郑毓信基于判断标准提出,学生在数学学习过程中所表现出的与“标准观念”相悖乃至冲突的想法及行为,即构成数学错误<sup>[12]</sup>。所谓“标准观念”,涵盖了教材所确立的权威内容、学术界具有代表性的观点,以及教师自身所具备的知识体系。相较之下,国外学者 Perso 更侧重于错误的外在形式与结果,指出数学错误本质上是学生对正确规则产生理解偏差后所导致的各种不正确结论<sup>[13]</sup>。综合上述学者的观点,并结合本研究聚焦于负数相关问题解决中错误类型及其成因的分析目标,本文将数学错误定义为:学生在数学知识学习与应用的完整过程中,所形成的与公认数学定义、定理、法则等规范内容相偏离的理解与认知,以及由此衍生出的各类非正确结果。

针对数学解题过程中出现的错误,罗增儒<sup>[14]</sup>认为,这些错误本身具有一定的合理性。教师应以建设性态度面对学生错题,从中提取有益经验,促进教与学的双向提升;可通过设置反例、启发式引导等方式,激发学生进行自我反思;需明确指出错误所在,并对其进行细致剖析,帮助学生认清自身问题;还应指导学生掌握纠错方法。在此基础上,他将数学解题错误划分为知识性、逻辑性、策略性与心理性四种类型。戴再平<sup>[15]</sup>在《数学习题理论》一书中,同样以学生的认知水平为依据,将数学错误归为上述四类。该分类体系因其覆盖面广、系统性强,在后续研究中被广泛采纳。

在数学概念的学习过程中,李善良<sup>[16]</sup>曾对常见错误类型做出系统归纳。一类错误与概念的建构过程密切相关,主要表现为:学生借助日常生活中的语言或经验来理解数学概念,用具体原型或形象化的表述替代其抽象内涵;在分类与比较时缺乏合理依据,在概括与抽象环节存在缺失,导致对概念本质的把握出现偏差;概念定义与实际运用之间发生断裂,运用方式僵化,难以灵活迁移;此外,还容易建立起不恰当的知识联系,或将原本有效的联系错误地推广至新情境,甚至根据个人经验强行构造出并不存在的逻辑关系。另一类错误则带有“合理性”的假象,其根源在于思维方式的惯性延续。学习者常以原有的认知框架去接纳新的概念,借助过往的经验、方法或结论对新内容进行看似合理的延展,却忽略了新概念本身的特殊性;在这一过程中,思维往往不自觉地受到既有模式的限制,难以实现真正意义上的认知突破。

针对数学解题过程中出现的策略性错误,郑馨春<sup>[17]</sup>指出,其本质在于解题方向出现偏差,从而导致思路受阻或时间消耗过多。他进一步将此类错误细分为五种情形:类比

运用不够恰当；问题转换缺乏合理性；不善于采用“正难则反”的思维路径；整体观念不足；对“黑箱方法”运用不够熟练。杨俊林<sup>[18]</sup>则从心理学角度出发，对解题错误的成因进行了深入剖析，归纳出四个关键因素：直觉判断能力不足，难以准确把握解题方向；元认知调控功能较弱，无法有效监控与调整解题过程；习惯性联想发生偏差，导致思路偏离；潜在假设不合理，造成逻辑推理上的失误。

李允<sup>[19]</sup>立足于课堂教学的实际观察，对学生出现的错误进行了多维度归类。从错误产生的场域来看，一类涉及认知层面，主要体现为学习内容理解与运用过程中的偏差；另一类则属于行为层面，指向学生在课堂秩序方面的不当表现。若以错误波及的范围为划分依据，可分为个别现象与群体现象两类。当问题在群体中普遍出现时，其根源往往不在于学生个体，而更可能与教师教学安排是否贴合学生认知发展水平有关。从错误本身的属性来看，可区分为具有一定合理性的偏差与缺乏合理性的偏差两类。若从错误的成因出发，则可分为由学习者自身因素主导的偏差，以及由外部条件引发的偏差——前者需要教师引导学生加强自我审视，后者则需关注学生主观因素之外的影响因素。

国内关于数学解题错误成因的系统性研究尚不丰富，但已有部分学者依托具体数学内容领域，尝试建立分类框架，不同研究者在归因角度上各有侧重。基于教育心理学视角，欧阳虹<sup>[20]</sup>依托教学实践，将学生解题失误的成因总结为八种不同情形：一是审题阶段过于仓促，对题意的把握流于表面；二是未能识别题目中潜藏的条件；三是在面对复杂问题时易产生畏难心理，倾向于选择看似简单的思路；四是概念掌握不牢，导致判断偏差；五是受已有思维习惯影响，形成认知定势；六是将相似但不同质的数学知识混为一谈；七是对定理、公式或法则的理解存在误区；八是情绪波动干扰了正常思考。王勇、黄猛<sup>[21]</sup>以《导致学生解题失误的心理因素剖析》为题，从心理层面切入，对学生解题失误的成因进行了分析，进一步扩展了心理层面的归因分析，提出十种常见诱因：知识迁移受阻、思维固化形成定势、先入为主的认知干扰、情绪焦虑引发判断偏差、对问题情境做出不当假设、前期学习内容对后续产生抑制、后期信息反过来干扰前期记忆、联想过程受阻、情境因素对思路产生干扰，以及解题信心不足。

基于本研究旨在探明学生在负数解题过程中出现的错误类型与成因，上述学者关于错误归类的分析成果，将为本研究在错误分类与成因分析方面提供重要的理论参考。

## 2.2 研究现状

### 2.2.1 负数理解的相关研究

在探究负数概念的学习与教学方面，学者王传兵<sup>[22]</sup>以七年级学生为考察对象，从负数的概念、负数与实际生活情境之间的联系，以及有理数的运算三个维度调查了初中生

对负数概念的理解情况,指出学生对负数概念的认知方式虽呈现多样化,但对符号意义把握不足,难以将其与现实情境有效对接,且在涉及带分数形式的表达时错误率较高。在此之后,多位一线教师结合教学实践,对学生在负数定义学习中暴露出的典型问题进行了总结。例如,陈湘平指出学生普遍存在将“-a”视为负数的倾向<sup>[23]</sup>;在从蕴含相反意义的现实情境中抽象出负数概念这一环节上,田波等人指出学生普遍面临困难,并在用负数表达生活实际方面存在障碍<sup>[24]</sup>;何亩文学者则提到“带有负号的数即为负数”这一认知偏差在学生中较为常见<sup>[25]</sup>。上述结论主要依赖于教师的教学经验,缺乏系统调查的支撑,不仅观点零散、覆盖面有限,也未能对错误类型及其成因做出系统性梳理。相较之下,学者宋素岚<sup>[26]</sup>从负数的概念、性质、运算和应用四个维度构建测试框架,通过对数据的系统分析,将学生的负数理解归纳为四个方面:概念认知方式多样,与数轴结合的有序性问题表现较好,就运算律这一类题目而言,学生呈现出较高的掌握水平,然其对负数内涵的理解深度尚有不足。李雅莉<sup>[27]</sup>所采用的研究维度与此相仿,对七年级学生的负数理解水平进行调查,所得结论与宋素岚基本一致。学者杨舒捷<sup>[28]</sup>从负数的定义、相关概念、性质和运算四个维度结合历史相似性调查分析了初中生对负数知识的理解情况,得出以下结论:学生不清楚“-”的含义,对绝对值的几何意义不熟悉,负数运算的算法能力处于单一结构水平和多元结构水平且错用、乱用法则等。基于以上学者对负数理解的相关研究,并结合教学实际观察,在深入分析的基础上,本研究选择从负数的定义、相关概念、性质及运算四个维度分析七年级学生对负数的理解情况。

早在1997年,国外学者 Mukhopadhyay 便注意到,不少学生将负数视为一种难以捉摸的认知对象<sup>[29]</sup>。随后,基于负数引入后字母表示数的研究视角, Lamb 等人指出,中学生普遍未能把握“-x”既可为正也可为负这一特征<sup>[30]</sup>。Booth 等人针对学生代数学习表现的考察,也得出了相似的结论,与负数、特别是“-”符号相关的错误,在学生中持续时间最长、出现频率也最高<sup>[31]</sup>。

综合来看,尽管国内外学者围绕负数定义已积累大量研究,但多数结论仍源于一线教师的主观教学经验。即便有少数研究开展了实际调查,也往往停留在对学生所给出定义进行初步分类的层面,缺乏系统性分析,未能对学生在理解负数定义过程中呈现的错误类型及成因展开全面、深入的探究。

围绕负数相关概念的学习,国内许多一线教师基于教学实践,归纳出学生在相反数、绝对值等内容上的常见易错点,但相关结论多源于长期教学经验的积累,缺乏系统的实证支持。学生在化简绝对值时出现的错误,在李新果看来,主要归因于其对绝对值几何意义的理解存在不足<sup>[32]</sup>,但该研究仅通过单一实例进行说明,未对错误类型及其成因展开深入探讨。也有学者采用问卷调查等实证方式开展研究,汪继清调查发现,七年级学生在有理数学习中,去绝对值运算构成显著难点<sup>[33]</sup>,但该研究未进一步区分具体错误类型;而吴文静与黄秦安的研究显示,学生在涉及相反数与绝对值的问题上表现欠佳<sup>[34]</sup>,