

分类号：  
学号：20222118008

密级：公开  
单位代码：10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文



### 核心素养下的高中数学问题链设计 ——以指数函数为例

学位申请人	杨梦娟
指导教师	杨玲香 副教授
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学（数学）
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子  
2024年5月

分类号：  
学号：20222118008

密级：公开  
单位代码：10759

# 石河子大学

## 硕士学位论文

### 核心素养下的高中数学问题链设计 ——以指数函数为例

学位申请人	杨梦娟
指导教师	杨玲香 副教授
申请学位类别	专业硕士
专业名称	教育
研究领域	学科教学（数学）
所在学院	理学院

中国·新疆·石河子  
2024年5月

**The Design of High School Math Problem Chain Under Core  
Competency  
-Exponential Functions as An Example**

A Dissertation Submitted to

**Shihezi University**

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

**Master of Education**

By

**Yang Meng-juan**

**(Education)**

Dissertation Supervisor: Prof. Yang Ling-xiang

May, 2024

# 石河子大学学位论文独创性声明及使用授权声明

## 学位论文独创性声明

本人所提交的学位论文是在我导师的指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明并表示谢意。

研究生签名： 杨博娟

时间：2024年5月4日

## 使用授权声明

本人完全了解石河子大学有关保留、使用学位论文的规定，学校有权保留学位论文并向国家主管部门或指定机构送交论文的电子版和纸质版。有权将学位论文在学校图书馆保存并允许被查阅。有权自行或许可他人将学位论文编入有关数据库提供检索服务。有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位论文在解密后适用本规定。

研究生签名： 杨博娟

时间：2024年5月4日

导师签名： 杨玲香

时间：2024年5月4日

## 摘要

随着信息化时代的发展，社会环境复杂多变，为了培养新时代的可用人才，世界各国都在进行以核心素养为导向的课程改革。我国在 2017 年颁布了新课标，新课标围绕数学核心素养的落实指导高中教学。问题链教学注重教师的启发诱导以及学生的探究合作，是培养学生核心素养的重要途径。那么，教师如何设计问题链来培养学生的数学核心素养也成为研究的热门话题。

由此，研究提出以下问题：

- (1) 高中数学问题链设计的现实状况如何？
- (2) 如何结合现状并依据核心素养教学目标进行问题链的设计？有哪些策略？
- (3) 核心素养下的问题链设计实施效果如何？

研究首先梳理出数学核心素养、问题链、核心素养下的问题链教学的相关研究及教育理论，奠定本研究的理论基础；接着运用问卷调查法、访谈法，从学生和教师两个角度了解高中数学问题链设计及教学过程中存在的问题；之后针对存在的问题提出核心素养下的高中数学问题链设计策略；最后按照策略设计了指数的函数的问题链，进行实践，从对照组和实验组学生的课堂表现以及前后测试题的测验结果来验证策略的有效性。

研究通过文献研究法、问卷调查法、访谈法、行动研究法得出以下结论：

(1) 在以往的问题链设计及其教学过程中，问题链的设计没有核心主线，在学生理解知识的关键地方提出的问题欠佳，学生的学习态度良好，但主动性不足，而且难以将所学的知识和方法应用到实际中。通过对教师的访谈还总结出了问题链设计及实施过程中需要关注落实的地方：问题链的设计需要关注到教材内容、课标要求，根据学生情况来设计，问题链实施过程中依据学生的反应及时调整问题，在问题链教学完成后依据学生学习效果及时反思与总结。

(2) 基于现状存在的问题，核心素养下的高中数学问题链设计提出策略：首先在教学目标中明确数学核心素养及其水平，之后依据目标在导入部分设计问题情境导入链，激发学生探究欲望，促进核心素养发生，然后设计核心观念问题链，引导学生习得知识，促进核心素养形成，最后设计应用迁移问题链，组建变式题以巩固和应用新知，创设新情境促进迁移，促进核心素养落实。

(3) 指数函数的问题链教学设计实施后，从对照组和实验组学生的课堂表现以及前后测试题的测验结果可以发现，核心素养下的问题链教学可以显著提升学生的数学核心素养，尤其在提升学生的数学抽象、直观想象、逻辑推理、数学运算素养方面具有良好的效果，学生数学建模素养是否得到显著性提升还需进一步结合实际问题情境进行验证。

**关键词：**数学核心素养；问题链设计；指数函数

## Abstract

With the development of the information age, the social environment is complex and changing, and in order to cultivate usable talents in the new era, countries around the world are carrying out curriculum reforms oriented to core competency. China promulgated a new curriculum standard in 2017, which guides high school teaching around the implementation of core competency in mathematics. Problem chain teaching focuses on teachers' inspiration and inducement as well as students' inquiry and cooperation, which is an important way to cultivate students' core competency. Then, how teachers design the problem chain to cultivate students' core competency in mathematics has also become a hot topic of research.

As a result, the study raises the following questions:

- (1) What is the reality of problem chain design in high school mathematics?
- (2) How can we design problem chains in light of the current situation and based on the core competency instructional goals? What are the strategies?
- (3) How effective is the implementation of problem chain design under core competency?

The study first sorted out the related research and educational theories of mathematics core competency, problem chain, and problem chain teaching under core competency to lay the theoretical foundation of this study; then we used questionnaire survey method and interview method to understand the problems that existed in the process of designing and teaching high school mathematics problem chain from the perspective of students and teachers; then we proposed the strategy of designing high school mathematics problem chain under core competency in view of the problems that existed; finally, we designed problem chain of exponential function according to the strategy and practiced it, and we validated the validity of the strategy by the classroom performances of the students in the control group and the experimental group, as well as by the results of the pre- and post-test questions.

The study draws the following conclusions through literature research method, questionnaire survey method, interview method, and action research method:

- (1) In the previous design of the problem chain and its teaching process, the design of the problem chain did not have a core thread, the problems posed in the key places of students' understanding of knowledge were poor, students' learning attitude was good, but the initiative was insufficient, and it was difficult to apply the knowledge and methods learned to the real world. The interviews with teachers also

summarized the areas that need to be paid attention to in the design and implementation of the problem chain: the design of the problem chain needs to pay attention to the content of the textbook, the requirements of the standard, and be designed according to the students' situation; the problems should be adjusted according to the students' responses during the implementation of the problem chain; and the students' learning effects should be reflected and summarized in a timely manner after the completion of the teaching of the problem chain.

(2) Based on the problems existing in the current situation, the design of high school mathematics problem chain under the core competency puts forward the strategy: firstly, the core competency of mathematics and its level are clearly defined in the teaching objectives, and then, according to the objectives, the problem situation introduction chain is designed in the introduction part to stimulate students' desire to explore and promote the occurrence of the core competency, and then, the problem chain of the core concepts is designed to guide the students in acquiring the knowledge to promote the formation of the core competency, and finally, the problem chain of the application migration is designed to form variable problems to consolidate and apply new knowledge, create new situations to promote migration and promote the implementation of the core competency.

(3) After the implementation of the problem chain teaching design of the exponential function, it can be found from the classroom performance of the students in the control group and the experimental group as well as the test results of the pre- and post-test questions that the problem chain teaching under the core competency can significantly enhance the students' mathematical core competency, especially in enhancing the students' mathematical abstraction, intuitive imagery, logical reasoning, and mathematical operations competency has a good effect, and it needs to be further combined with the actual problem situation to verify whether the students' mathematical modeling competency has been significantly enhanced.

**Key words:** Math core competency; Problem chain design; Exponential function

# 目录

摘要.....	I
Abstract.....	II
第1章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.1.1 培养学生的核心素养是时代发展的必然要求.....	1
1.1.2 问题链教学是培养核心素养的重要途径.....	1
1.2 研究问题.....	2
1.3 研究意义.....	2
1.3.1 理论意义.....	2
1.3.2 实践意义.....	2
1.4 论文结构.....	3
第2章 文献综述与理论基础.....	5
2.1 核心概念界定.....	5
2.1.1 问题链.....	5
2.1.2 问题链设计.....	5
2.2 文献综述.....	5
2.2.1 数学核心素养的研究.....	5
2.2.2 问题链的研究.....	12
2.2.3 核心素养下的问题链教学研究.....	15
2.2.4 研究述评.....	18
2.3 理论基础.....	18
2.3.1 最近发展区理论.....	18
2.3.2 建构主义学习理论.....	19
2.3.3 问题教学理论.....	19
第3章 研究设计.....	21
3.1 研究对象.....	21
3.1.1 学生基本信息.....	21
3.1.2 教师基本信息.....	24
3.2 研究方法.....	24
3.2.1 文献研究法.....	24
3.2.2 问卷调查法.....	24

3.2.3 访谈法 .....	25
3.2.4 行动研究法 .....	25
3.3 研究工具 .....	25
3.3.1 学生调查问卷 .....	25
3.3.2 教师访谈提纲 .....	26
3.3.3 课堂观察量表 .....	26
3.3.4 前后测试卷 .....	26
3.4 数据收集和处理 .....	28
第4章 高中数学问题链设计的现状调查分析 .....	30
4.1 学生问卷调查 .....	30
4.1.1 调查目的 .....	30
4.1.2 问卷编制 .....	30
4.1.3 预调查问卷的收集和信效度分析 .....	30
4.1.4 正式调查问卷的数据分析 .....	33
4.1.5 问卷调查总结 .....	42
4.2 教师访谈 .....	43
4.2.1 访谈目的 .....	43
4.2.2 访谈对象 .....	43
4.2.3 教师访谈记录 .....	43
4.2.4 教师访谈总结 .....	46
4.3 调查小结 .....	47
第5章 核心素养下的高中数学问题链设计策略 .....	49
5.1 制定教学目标, 在目标中明确数学核心素养及其水平 .....	49
5.2 设问题情境导入链, 激学生探究欲, 调学习主动性, 促进核心素养发生 .....	50
5.3 设核心观念问题链, 引学生习知识, 掌握知识发展, 促进核心素养形成 .....	51
5.4 设应用迁移问题链, 组变式固新知, 创情境促迁移, 促进核心素养落实 .....	52
5.5 小结 .....	54
第6章 核心素养下的高中数学问题链教学设计及其实践 .....	55
6.1 核心素养下的高中数学问题链教学设计 .....	55
6.1.1 指数函数的概念教学设计 .....	55
6.1.2 指数函数的图象和性质教学设计 .....	64
6.2 核心素养下的高中数学问题链教学实践 .....	73
6.2.1 问题链教学的实施 .....	73
6.2.2 实践结果分析 .....	74

6.2.3 实践小结 .....	84
第 7 章 研究结论、不足与展望 .....	85
7.1 研究结论 .....	85
7.1.1 高中数学问题链设计的现状 .....	85
7.1.2 核心素养下的高中数学问题链设计策略 .....	86
7.1.3 核心素养下的问题链设计实施效果 .....	86
7.2 研究的不足 .....	86
7.3 研究展望 .....	87
参考文献 .....	88
附录 A 高中数学课堂问题链教学的现状调查（学生） .....	92
附录 B 高中数学课堂问题链设计的访谈提纲（教师） .....	94
附录 C 前测试卷 .....	95
附录 D 后测试卷 .....	96
致谢 .....	98
作者简介 .....	99

## 第1章 绪论

### 1.1 研究背景

#### 1.1.1 培养学生的核心素养是时代发展的必然要求

随着信息化时代的发展，社会环境复杂多变，为了更好地迎接挑战，培养新时代的可用人才，世界各国都在进行以核心素养为导向的课程改革，纷纷建立起了核心素养框架，我国也不例外。2016年，“中国学生发展核心素养”正式公布，以“全面发展的人”为核心，将人文底蕴、科学精神、学会学习、健康生活、责任担当、实践创新六大素养作为学生核心素养的综合表现，具体细分为十八个基本要点，每个要点给出了具体表现描述<sup>[1]</sup>。为了深化课程改革，落实立德树人的根本任务，各学科基于学科本身固有的性质凝练了学科核心素养，确定了学生通过学习不同学科课程应当获得的正确价值观、必备品格和关键能力。我国于2017年颁布了普通高中各学科的课程标准，课程标准围绕学科核心素养的落实指导高中教学。自此，学科核心素养在教学中的地位举足轻重。

#### 1.1.2 问题链教学是培养核心素养的重要途径

数学家哈尔莫斯曾说：问题是数学的心脏。诚然，数学的产生与发展离不开问题，有了问题，人们才能开始研究如何解决问题进而得出结论。教师作为传道授业解惑的人，更需要学会如何抛出合理的问题来引导学生获得知识，培养正确的价值观念。《普通高中数学课程标准（2017年2020修订）》（下文简称《课标》）中也提到教师要能够创设合适的情境，提出合适的问题以及要通过创设合适的学习任务、学习情境、学习活动等在日常教学活动中培养学生的数学学科核心素养<sup>[2]</sup>。我国在2019年颁布的《关于新时代推进普通高中育人方式改革的指导意见》（下文简称《意见》）中也提出教师要积极探索基于情境、问题导向的互动式、启发式、探究式、体验式等课堂教学<sup>[3]</sup>。可见，在教学中合理地设计问题来引导学生已成为每位教师至关重要的能力。问题链由多个相互关联又独立，且具有一定逻辑关系的问题组成，教师借助问题链来不停设问，引导学生通过自主或合作探究解决问题，从而习得知识，获得思维的发展，逐步培养学生的数学核心素养。问题链教学注重教师的启发诱导以及学生的探究合作，通过问题链可以将教师所设计的问题串联起来，使之更具有系统性和层次性，在课堂教学中通过提问与学生进行有效互动，从而促进学生核心素养的形成和发展，这充分渗透了《课标》与《意见》中的教育理念。

## 1.2 研究问题

在如今培养学生核心素养的大背景下，教师如何在课前设计问题至关重要，问题链像一条锁链一样把问题紧紧连结在一起，使之更具有系统性和层次性，便于从整体把握教学内容。如果缺少了问题的设计，就无法将后续的教学进行下去，那么教师如何进行问题链的设计来培养学生的数学核心素养呢？为解决这个总问题，研究从学生和教师两个角度调查了问题链设计的现实状况，计划根据现状提出可落地的教学策略，并依据策略设计问题链以验证策略的有效性。基于此，研究计划解决的问题如下：

- (1) 高中数学问题链设计的现实状况如何？
- (2) 如何结合现状并依据核心素养教学目标进行问题链的设计？有哪些策略？
- (3) 核心素养下的问题链设计实施效果如何？

## 1.3 研究意义

### 1.3.1 理论意义

- (1) 丰富数学核心素养的理论研究

自2017年国家颁布了高中数学学科课程标准，以数学核心素养的落实指导高中教学后，研究者们积极主动地探索不同的教学方式、方法和策略来培养学生的数学核心素养，问题链教学就是其中一种。因此，本研究在前人的基础上进一步探讨如何通过问题链教学培养学生的数学学科核心素养，丰富数学核心素养的理论研究。

- (2) 丰富课堂问题链设计的理论依据

问题链教学作为课堂教学的其中一种教学方式，旨在通过设计课堂上教师提出的一系列相互关联而又独立的问题来培养学生的数学核心素养。截至2024年2月，在中国知网以“问题链设计”为主题进行搜索，共有1258条结果，而以“核心素养下的问题链设计”为主题进行搜索，共有157条结果，由此可以发现，通过问题链的教学方式来培养学生的学科核心素养的相关研究并不多。因此，研究以数学核心素养的培养为目标，对课堂问题链的设计进行探究，丰富数学课堂问题链教学的理论。

### 1.3.2 实践意义

- (1) 有利于学生数学核心素养的培养

有效的问题链设计可以引起学生的好奇心与求知欲，促使学生主动地思考探究，有疑惑之处还会与老师和同学交流来分析问题、解决问题，使学生在问题中探究，在合作中成长，学生的数学核心素养得以发生、形成和落实。

## (2) 有利于丰富高中数学教学方法

贯彻新课程的教育理念，培养学生外在的关键能力，内在的必备品格以及正确价值观，作为教育主阵地中坚力量的教师义不容辞，如何设计有效的问题链培养学生的核心素养正是广大教师们所关注的问题。研究通过调查高中数学问题链设计的现状，结合培养学生核心素养的教学目标，提出一些策略并付诸实践，将问题链与数学学科核心素养紧密结合起来，有利于教师丰富教学方法，在课堂教学上进行实践，落实学科核心素养，深化课程改革。

## 1.4 论文结构

研究共分为7章。

第1章是绪论。阅读大量文献和书籍，结合自己的兴趣确定研究课题后，从研究背景、研究意义、研究问题三方面阐明选题的缘由、研究问题的依据等。

第2章是文献综述与理论基础。对国内外研究分别从数学核心素养（内涵、培养策略、测量与评价）、问题链（内涵、类型、设计及其实践）、核心素养下的问题链教学（核心素养与问题链的关系、核心素养下的问题链教学策略及其实践）三方面进行梳理，同时阐明研究的理论基础，为核心素养下问题链的设计提供理论支撑和指导。

第3章依据研究问题进行研究的整体设计，详细介绍研究的对象也就是学生和教师的具体情况，研究的方法，研究用到的四个工具，包括调查问卷、访谈提纲、课堂观察量表、测试卷的编制，以及数据的收集和处理。

第4章依据回收的调查问卷以及教师的访谈记录，分析高中数学问题链设计的现实状况，目前存在的难点与困惑，以期为核心素养下的高中数学问题链设计的策略提供一些启发。

第5章提出核心素养下的高中数学问题链设计策略。

第6章依据第五章提出的策略来设计高中数学教学内容中关于“指数函数”两个课时的教学设计，并选取学习成绩没有显著性差异的两个班作为对照组和实验组，通过观察两个班级的课堂表现情况，两个班数学核心素养的前后测试卷得分情况来验证策略的有效性。

第7章对研究进行总结、反思与展望。

技术路线图如下图 1-1 所示。

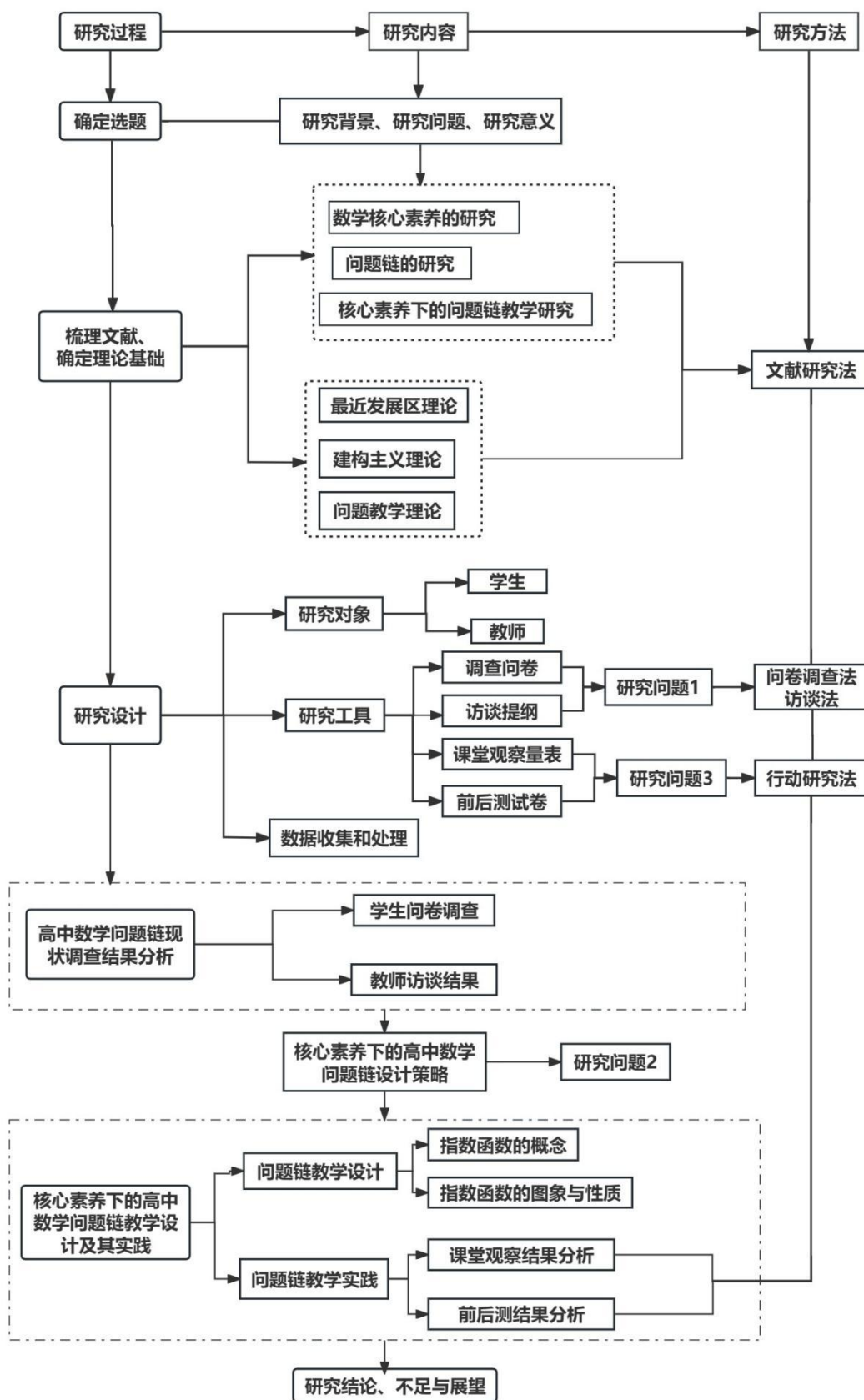


图 1-1 技术路线图

## 第2章 文献综述与理论基础

### 2.1 核心概念界定

#### 2.1.1 问题链

问题链，顾名思义是将一个一个的问题集合起来，从而组成多个相互关联而又独立的问题集。需要注意的是，问题链并不是将问题简单地集合在一起，问题与问题之间是具有一定的逻辑关系的，是按照知识发生的先后顺序将问题串联在一起，以促进学生思考探究、分析问题进而解决问题。

#### 2.1.2 问题链设计

问题链是由教师在课前进行设计的，其设计的最终目的是为了培养学生的数学核心素养，数学核心素养是在知识的发生发展过程中逐步培养起来的，因此，问题链是将数学知识与核心素养连接起来的桥梁。

问题链并不是随意设置的，教师在设计问题链前要依据课标、依据教材内容来制定符合学情的核心素养教学目标，根据核心素养教学目标来设计问题链，将数学核心素养的培养落实到学生学习数学知识的过程中。问题链的设计需要由易到难，由浅入深，符合学生认知发展顺序的同时还要关注学生的思维过程，学生遇到这个问题会如何思考和表达，以学生为主体，借助问题链来构建起学生思考问题的逻辑，引导学生主动建构知识，从而一步步达到自己预设的数学核心素养教学目标。

### 2.2 文献综述

研究旨在通过问题链的教学方式以培养学生的数学核心素养，因此提取了数学核心素养、问题链两个关键词，以此作为分类分别阐述了前人在数学核心素养的内涵、培养策略、测量与评价；问题链的内涵、类型、设计及其实践；核心素养与问题链的关系、核心素养下的问题链教学策略及其实践方面的相关研究。

#### 2.2.1 数学核心素养的研究

1997年，经济合作与发展组织（简称OECD）启动了“素养的界定与遴选：理论和

概念基础”项目（简称 DeSeCo 项目），旨在构建一个核心素养的总体概念参照框架，为核心素养概念的界定与参考指标提供理论基础，产生了极大影响，DeSeCo 项目团队明确核心素养包含了生活中的多个领域，以实现成功生活和发展健全社会为目标将核心素养划分为互动地使用工具、自主行动、在社会异质团体中互动三大类<sup>[4]</sup>。

2006 年，欧盟以终身学习为目标，提出了 8 项核心素养，每项素养不仅给出了它的描述性定义，还从知识、技能和态度三个维度对它进行了具体描述，其核心素养结构把“素养”与单纯知识的复合性进行区分，也明晰了实施和评价的有关要求<sup>[5]</sup>。

美国从确立学生在 21 世纪所需技能出发提出“21 世纪学习框架”（Framework for 21st Century Learning），说明学生在工作、生活以及作为公民需要拥有的知识、技能，使他们能够获得成功，21 世纪学习框架分为内环和外环两个部分，外环部分是核心素养的三大指标，包括学习和创新素养，信息、媒介和技术素养以及生活和职业素养，是学生学习目标的主要内容，内环部分是落实核心素养所需要学习的学科知识，包括英语、数学、科学等关键学科和 5 个从跨学科角度提出的 21 世纪主题<sup>[6]</sup>。

2010 年，新加坡依据其在 2009 年《理想的教育成果》中设置的培养目标又制定了它们的核心素养，形成了《21 世纪技能》（21st Century Competencies），从内到外依次为核心价值观、社交与情绪控制能力以及 21 世纪竞争力三大部分，其中核心价值观是《21 世纪技能》的核心，包括尊重、关爱等六大核心价值观，社交与情绪控制能力是人对自己与社会的认识，主要包括自我意识、关系管理等 5 项能力，21 世纪竞争力主要包括公民意识、环球意识等几项能力<sup>[7]</sup>。

我国也高度重视核心素养的研究，于 2016 年公布了学生核心素养的总体框架和基本内涵，以“全面发展的人”为核心，将核心素养分为文化基础、自主发展、社会参与三个方面，综合表现为人文底蕴、科学精神等六大素养，又将六大素养具体细化为十八个基本要点，并给出了每个要点的主要表现描述<sup>[1]</sup>。

发展学生的核心素养已成为中小学教育工作者的头等大事。为了深化课程改革，要在核心素养的基础上构建起各个学科的学科核心素养体系，数学作为中小学学生学习的科目之一，引起了教育研究者的关注，对于数学核心素养，我国学者主要从数学核心素养的内涵、培养策略、测量与评价三个方面展开研究。

### 2.2.1.1 数学核心素养的内涵

对于数学核心素养的内涵，我国学者从不同侧重点进行了界定。部分学者从数学核心素养的内在特质即数学思维的发展来界定数学核心素养，如郑毓信认为“数学核心素养”的内涵是应该帮助学生用数学看待世界，发现问题，表述问题，进而分析问题，解决问题，进一步，如果把“数学地看待世界”当作是“数学素养”的显性表现，那么“数学素养”的真正核心就是应当帮助学生通过数学学会思维，并且可以逐渐想得更加清晰、